

С.В. Бондарь, Д.В. Лавинский

## ИССЛЕДОВАНИЕ ТЕРМОУПРУГО-ПЛАСТИЧЕСКОГО КОНТАКТНОГО ДЕФОРМИРОВАНИЯ СОСТАВНЫХ КОНСТРУКЦИЙ ТЕХНОЛОГИЧЕСКОЙ ОСНАСТКИ

**Аннотация.** В статье приводится метод анализа термоупруго-пластического контактного деформирования составных конструкций на основе единого методологического подхода. В качестве численного метода используется метод конечных элементов. Рассмотрена задача анализа напряженно-деформированного состояния одного класса составных бандажированных матриц для полугорячего выдавливания. Приводятся рекомендации для проектирования.

**Ключевые слова:** термоупруго-пластическое деформирование, контактное взаимодействие, прочность, жесткость, метод конечных элементов, теплопередача, составные бандажированные матрицы.

**Анотація.** У статті наводиться метод аналізу термопружно-пластичного контактного деформування складених конструкцій на основі єдиного методологічного підходу. В якості чисельного методу використовується метод скінчених елементів. Розглянуто задачу аналізу напружено-деформованого стану одного класу складених бандажованих матриць для напівгорячого видавлювання. Наводяться рекомендації щодо проектування.

**Ключові слова:** термопружно-пластичне деформування, контактна взаємодія, міцність, жорсткість, метод скінчених елементів, теплопередача, складені бандажовані матриці

**Abstract.** The works in question on the united science methodological base the effective thermal-elastic-plastic deforming analysis methods of the compose constructions was created. Finite element method is a numerical method of the solution. The problem of stress-strain state of one group of compose bandaging dies for semi-hot extrusion was analyzed. The recommendations for designing are presented

**Key words:** thermal-elastic-plastic deforming, contact interaction, strength, stiffness, finite element method, heat-transfer, compose bandaging dies.

**1. Актуальность темы и состояние проблемы.** Развитие машиностроения невозможно без применения экономичных методов обрабатывающего производства. Технологические процессы, основанные на использовании свойств пластичности материалов, отличаются высокой производительностью и экономичностью, что обусловило их широкое применение. Наиболее эффективным малоотходным процессом является метод обработки металлов давлением (ОМД). Эти процессы позволяют получать точные заготовки с минимальными припусками на механическую обработку, а в некоторых случаях и практически

готовые детали [1-4]. Однако, на пути широкого внедрения этих процессов, особенно процессов основанных на обработке деталей из трудно деформируемых металлов, возникают проблемы связанные с недостаточной прочностью и надежностью элементов оснастки. Как следствие этого необходимым становится проведение адекватного прочностного анализа при проектировании элементов оборудования [1-4].

Основная часть аналитических методов расчета матриц базируется на формулах Лямэ и сводится, в конечном итоге, к определению напряжений в толстостенном цилиндре. Например, в работе [5] решение Лямэ используется для определения необходимого количества бандажей. Реальные конструкции матриц штампов могут значительно отличаться от толстостенных цилиндров и принимаемые упрощения, зачастую, приводят к неверным результатам. Также необходимо отметить наличие зон контактного взаимодействия, влияние которых, при расчетах аналитическими методами либо не учитывается, либо учитывается не в полной мере.

Повысить точность расчетов, учесть многие факторы, которые не позволяли учесть аналитические методы, возможно с использованием численных методов анализа НДС элементов конструкции. Одним из наиболее распространенных численных методов является метод конечных элементов (МКЭ). В настоящее время существуют универсальные КЭ-программные комплексы ANSYS, COSMOS/M и др. Эти комплексы позволяют решать задачи определения НДС практически любых конструкций. Также существуют разработки КЭ-методов решения задач расчета и проектирования элементов технологической оснастки [6-8]. Однако, эти разработки в той или иной мере базируются на первоначальных упрощениях контактного взаимодействия, поведения материала и распределения температуры. Предлагаемый ниже метод направлен на решение задач определения НДС именно составных конструкций и акцентирован на исследование контактного взаимодействия элементов. Причем, решение задачи теплопроводности и термоупруго-пластического деформирования осуществляется одновременно, без суперпозиции решений, принятого в известных про-

граммных разработках, также предлагается способ учета тепла, выделяемого при пластическом деформировании и трении, путем введения на границе контакта источников тепловыделения.

**2. Математическая постановка проблемы.** Рассмотрим общую математическую постановку задачи термо-упругопластического контактного деформирования составных конструкций, когда геометрия и условия нагрузки удовлетворяют условиям осевой симметрии.

Одной из составляющих нагрузки является неоднородное температурное поле. Рассмотрим решение задачи стационарной теплопроводности, которая применяется при оценке температурной нагрузки, соответственно к процессам ПГВ [4]. Решения задачи стационарной теплопроводности сводим к поиску минимума функционала:

$$I = \iint_S \left\{ \frac{K}{2} \left[ \left( \frac{\partial T}{\partial r} \right)^2 + \left( \frac{\partial T}{\partial z} \right)^2 \right] - Q(r, z)T(r, z) \right\} r dS + \int_{L_2} q(r, z)T(r, z)r dL + \int_{L_3} \frac{\alpha}{2} [T^2(r, z) - 2T_\infty T(r, z)] r dL, \quad (1)$$

где  $T(r, z)$  – функция распределения температуры,  $Q(r, z)$  – плотность внутренних источников тепловыделения, которое определяется через работу пластического деформирования заготовки и выход тепла при трении,  $q(r, z)$  – плотность потока через некоторую границу  $L_2$ ,  $\alpha$  – коэффициент конвективного теплообмена через некоторую границу  $L_3$ ,  $T_\infty$  – температура внешней среды.

На границе  $L_4$  между отдельными частями  $S_i$ ,  $S_j$  конструкции приняты условия идеального теплового контакта (граничные условия 4-го рода):

$$\begin{cases} T_i(r, z \in L_4) = T_j(r, z \in L_4); \\ K(S_i) \left( \frac{\partial T_i(r, z \in L_4)}{\partial r} \ell_r + \frac{\partial T_i(r, z \in L_4)}{\partial z} \ell_z \right) = K(S_j) \left( \frac{\partial T_j(r, z \in L_4)}{\partial r} \ell_r + \frac{\partial T_j(r, z \in L_4)}{\partial z} \ell_z \right) \end{cases} \quad (2)$$

где  $T_i(r, z \in L_4)$ ,  $T_j(r, z \in L_4)$  – температура составных частей  $S_i$ ,  $S_j$  на границе контакта,  $K(S_i)$ ,  $K(S_j)$  – коэффициенты теплопроводности материала каждой части,  $\ell_r$ ,  $\ell_z$  – направляющие косинусы общей нормали к границе контакта.

Рассмотрим решение задачи термо-упругопластичности в вариационной постановке, которая сводится к отысканию минимума функционала полной энергии (функционала Лагранжа) системы взаимодействующих тел:

$$\mathcal{E} = \Pi - A_o - A_n, \quad (3)$$

где  $\Pi$  - потенциальная энергия деформации упругой системы;  $A_o$  - работа объемных сил;  $A_n$  - работа поверхностных сил.

Подставляя в функционал выражения потенциальной энергии и работ поверхностных сил, записанные для осесимметричной задачи с учетом температурных деформаций, получаем:

$$\begin{aligned} \mathcal{E} = \pi \iint_s [\sigma_r(\varepsilon_r - \alpha\Delta T) + \sigma_z(\varepsilon_z - \alpha\Delta T) + \sigma_\theta(\varepsilon_\theta - \alpha\Delta T) + \tau_{rz}\gamma_{rz}] r dS - \\ - 2\pi \int_{L_r} P_r u_r dL_r + 2\pi \int_{L_z} P_z u_z dL_z \end{aligned} \quad (4)$$

где  $u_r, u_z$  - перемещения точек тела в направления осей  $r$  и  $z$ .

Для описания процесса упругопластического деформирования системы заготовка – матрица приняты соотношения теории малых упругопластических деформаций Ильюшина, в форме переменных параметров упругости [9,10]

Условие минимума функционала (4) достигается при выполнении условия:

$$\delta(\Pi - A_v - A_n) = 0. \quad (5)$$

### 3. Особенности решения контактной задачи.

В общем случае, для точек, которые принадлежат контактными поверхностям, условия сопряжения сформулированы неравенствами:

$$u_n^{m-1} + u_n^{m+1} - \delta_{on}^m \leq 0, \sigma_{nn}^m \leq 0, \quad (6)$$

где  $u_n^{m-1}, u_n^{m+1}, \delta_{on}^m$  - нормальные перемещения точек поверхностей контактирующих областей и начальный зазор (натяг),  $\sigma_{nn}^m$  - нормальные напряжения на контактирующих поверхностях. Первое условие в (6) физически означает «не проникновение» контактирующих тел. При выборе зазора, между телами возникает контактное давление. Механизмы контактного взаимодействия между соответствующими точками контактирующих поверхностей областей в работе модели-

ровались путем введения контактного слоя со специальными свойствами. В пределах возможной области контакта этот слой наделен специальными свойствами, которые позволяют "внешнюю нелинейность", обусловленную условиями (6) свести к "внутренней нелинейности" контактного слоя и рассмотреть взаимодействие тел, разделенных слоем с известными нелинейными свойствами (рис.1). С помощью описанного моделирования можно отразить такие механизмы взаимодействия контактирующих тел, как сцепление:

$$\sigma_{n\tau}^{m-1} = \sigma_{n\tau}^{m+1}, \quad u_{n\tau}^{m-1} = u_{n\tau}^{m+1}, \quad (7)$$

проскальзывание:

$$\sigma_{n\tau}^{m-1} = \sigma_{n\tau}^{m+1} = 0, \quad (8) \text{ сухое}$$

трение и т.д. В работе условия фрикционного взаимодействия приняты в форме законов, связывающих касательные и нормальные составляющие напряжений на площадках контакта в виде закона

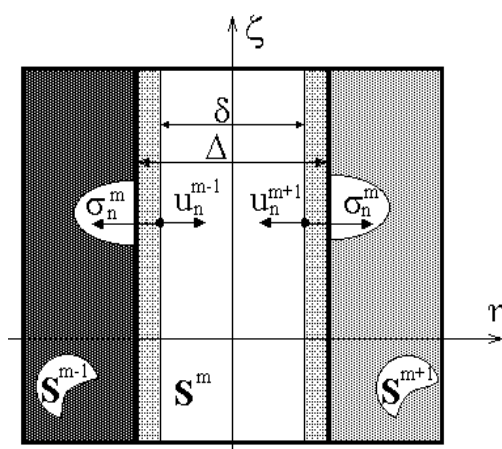


Рис.1. Модель контактного слоя

Кулона:

$$|\sigma_{n\tau}| = f_n \sigma_m, \quad (9)$$

или закона Зибеля:

$$|\sigma_{n\tau}| = f_m \sigma_m, \quad (10)$$

где  $\sigma_m$  – предел текучести материала,  $f_m$  – коэффициент трения. Согласно рекомендациям, приведенным в литературе, формулу (9) следует применять

для анализа оснастки ОМД при процессах, в которых преобладают растягивающие напряжения с выполнением условия  $\sigma_m \geq |\sigma_n|$ . Для анализа процессов прессования и объемной штамповки, характеризуемых схемой всестороннего сжатия с большим отрицательным средним напряжением, необходимо применять формулу Зибеля (2). Так как, в работе для анализа НДС матриц ОМД приняты осесимметричные модели, что характерно для процессов объемной штамповки, трение между заготовкой и рабочей поверхностью матрицы моделиро-

валось по закону Зибеля, а трение между частями матрицы – по закону Кулона. Тестирование программных средств, использующих приведенный выше метод решения контактной задачи проведено в работах [11,12]. Введение контактного слоя также позволяет эффективно решать задачу теплопроводности, наделив контактные элементы специальными теплофизическими свойствами. Результаты исследований по выбору параметров контактного слоя для решения задачи теплопроводности представлены в работе [13].

### 3. Численный метод решения.

В работе, в качестве базового осесимметричного конечного элемента использован изопараметрический четырехузловой плоский элемент с билинейной аппроксимацией перемещений и температуры внутри элемента. Элемент показан на рис.2 в глобальной и локальной системах координат. В местной системе координат конечный элемент имеет вид единичного квадрата (рис. 2б), центр которого соединенный с началом координат.

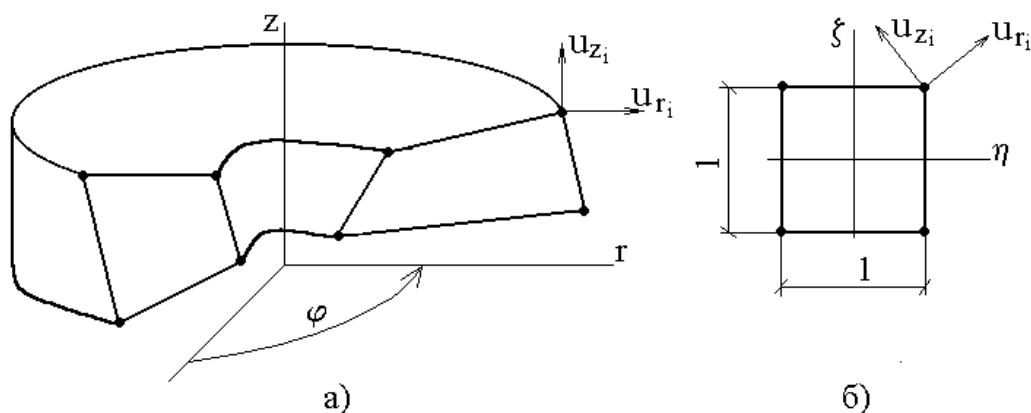


Рис.2. Базовый плоский (осесимметричный) конечный элемент:

а)- в глобальной системе координат; б) - в локальной системе координат

Законы распределения перемещений ( $u_r$ ,  $u_z$ ) и температуры ( $T$ ) внутри конечного элемента в принятых ограничениях имеет вид:

$$\begin{aligned} u_r(\eta, \zeta) &= b_1 + b_2\eta + b_3\zeta + b_4\eta\zeta; \\ u_z(\eta, \zeta) &= a_1 + a_2\eta + a_3\zeta + a_4\eta\zeta; \\ T(\eta, \zeta) &= c_1 + c_2\eta + c_3\zeta + c_4\eta\zeta. \end{aligned} \quad (11)$$

Далее, исходя из зависимостей (11), перемещение и температуру в пределах конечного элемента можно представить в виде:

$$u_r(r, z) = \sum_{i=1}^4 u_{ri} \varphi_i(\eta, \zeta); u_z(r, z) = \sum_{i=1}^4 u_{zi} \varphi_i(\eta, \zeta); T(r, z) = \sum_{i=1}^4 T_i \varphi_i(\eta, \zeta), \quad (12)$$

где  $u_{ri}$ ,  $u_{zi}$  – значения узловых перемещений,  $T_i$  – значения узловых температур,  $\varphi_i(\eta, \zeta)$  – координатные функции конечного элемента, которые определяются по следующим формулам:

$$\begin{aligned} \varphi_1(\eta, \zeta) &= (\eta - 0.5)(\zeta - 0.5); & \varphi_2(\eta, \zeta) &= -(\eta + 0.5)(\zeta - 0.5); \\ \varphi_3(\eta, \zeta) &= -(\eta - 0.5)(\zeta + 0.5); & \varphi_4(\eta, \zeta) &= (\eta + 0.5)(\zeta + 0.5). \end{aligned} \quad (13)$$

Как известно, выбор закона распределения искомых функций (перемещения, температура и т.д.) внутри элемента во многом определяет внутреннюю сходимость приближенного решения МКЭ к точного при уменьшении размеров конечных элементов. При этом, принятые функции перемещений и температуры должны удовлетворять основным критериям сходимости [14].

Описанная методика решения термоупруго-пластических смешанных контактных осесимметричных задач реализована в модуле для программного комплекса SPACE-T, созданного на базе МКЭ [12]. В работах [11-13] представлены сравнение результатов, получаемых средствами комплекса SPACE-T с данными экспериментальных прочностных исследований технологической оснастки. Результаты сравнения являются удовлетворительными и позволяют сделать вывод о возможности использования предложенной методики для решения практических задач.

**4. Расчетные примеры.** С помощью описанной выше методики и созданного программного обеспечения были проведенные расчеты и предоставленные рекомендации относительно проектирования технологического оснащения для полугорячего выдавливания (ПГВ) осесимметричных цилиндрических втулок. Далее рассмотрим проведенные расчеты.

При формировании и описании расчетных схем элементов оснастки для технологических операций, следует иметь в виду, что априори невозможно ввести единую расчетную схему. В каждом конкретном случае конструкции будут

различаться между собою по геометрии, топологии, используемым материалам и по ряду других параметров. В случае объемной штамповки матрица представляет собой совокупность тел вращения, которые имеют единую ось, ограниченных поверхностями второго порядка - цилиндрическими, коническими, а также их комбинацией. На рис.3 представленная обобщенная расчетная схема НДС многослойной бандажированной матрицы для объемной штамповки осесимметричных заготовок. К характерным составным частям рассмотренных в работе матриц для ПГВ относятся рабочая вставка и бандаж, количество которых определяется технологическими требованиями. Рабочая вставка призвана обеспечивать необходимую форму изделия. К рабочим вставкам предъявляются повышенные прочностные и жесткостные требования, связанные в первую очередь с геометрической неизменностью рабочей поверхности при деформировании заготовки. Поэтому в точках рабочей поверхности вставки недопустимое появление зон пластических деформаций. Таким образом, требование неизменности поверхности рабочей вставки позволяет сформулировать условие прочностной работоспособности матрицы в виде объединения неравенств:

$$\{\sigma_i < \sigma_m^{вставки}\} \cup \{U_{\max} < U^{вставки}\}, \quad (14)$$

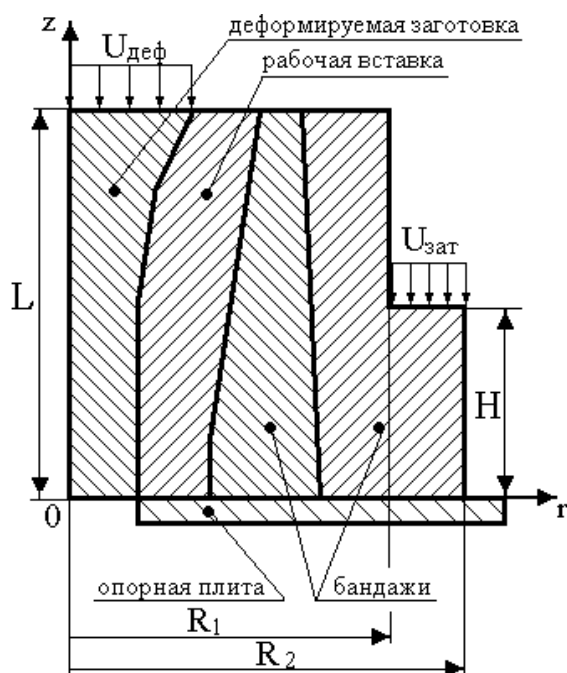


Рис.3. Обобщенная расчетная схема матрицы с заготовкой

где  $\sigma_i$  - интенсивность напряжений в точках рабочей поверхности вставки;  $\sigma_m^{вставки}$  - предел текучести материала вставки;  $U_{\max}$  - полное максимальное перемещение в точках рабочей поверхности вставки;  $U^{вставки}$  - перемещения рабочей вставки, которые допускаются технологически. Помимо рабочей вставки матрицы заготовка взаимодействует с пуансоном и выталкивателем. При анализе НДС матрицы влияние пуансона на заготовку



может быть традиционно заменено давлением  $P_{\text{деф}}$ , прикладываемым по нормали к верхнему торцу заготовки [4]. Более достоверным, по нашему мнению, является моделирование воздействия пуансона путем кинематического задания соответствующих значений перемещений в точках верхнего торца заготовки, что и принято в настоящей работе в виде условия:

$$u_z(r, z)|_{z=L} = U_0, \quad (15)$$

где  $U_0$  - заданное вертикальное перемещение верхнего торца заготовки. Моделирование воздействия выталкивателя, принятое в работе, отвечает условию свободного опирания в вертикальном направлении в точках нижнего торца заготовки в виде:

$$u_z(r, z)|_{z=0} = 0. \quad (16)$$

Опорная плита была исключена из рассмотрения, для чего в точках рабочей вставки и бандажей с координатами  $z = 0$  приняты условия свободного опирания в виде (16). Для того, чтобы исключить или значительно уменьшить радиальные перемещения элементов матрицы внешний бандаж, как правило, при помощи болтового соединения крепится к опорной плите. Поэтому в работе, соответственно, для точек внешнего бандажа с координатой  $z = 0$  дополнительно к условию (16) введено условие следующего вида:

$$u_r(r, z)|_{z=0} = 0. \quad (17)$$

Расчетная схема матрицы в виде КЭ-модели предоставлена на рис.4. В расчетах учтено предыдущее натяжение, путем задачи перемещений ( $U_{\text{зам}}$ ) верхнего торца внешнего бандажа. Условия одностороннего контакта конкретизированы путем введения слоев контактных конечных элементов (ККЭ), которыми моделировались натяг между частями матрицы и трение по закону Кулона (ККЭ1), а также трение между рабочей поверхностью вставки и заготовкой по закону Зибеля (ККЭ2). Расчеты прочности матриц проводились с учетом неравномерного температурного поля, которое обусловлено температурой нагретой заготовки, тепловыделением при пластическом деформировании заготовки, трением между заготовкой и матрицей и температурой охлаждения на внешней

поверхности наружного банджа. Рассматривались разные законы распределения температуры, которые отвечали началу процесса выдавливания и установившимся температурным режимам выдавливания. Температурное поле на установившихся режимах определялось путем решения задачи стационарной теплопроводности. Оказалось, что в начале процесса выдавливания интенсивность напряжений в опасных сечениях значительно ниже, чем в дальнейшем рабочем цикле выдавливания на установившихся температурных режимах.

На рис. 5 предоставленные картины распределения интенсивности напряжений в меридиональном сечении матрицы, и графики изменения интенсивности по толщине в опасных сечениях.

Анализ НДС обнаружил следующие закономерности. В точке контакта верхнего торца внешнего банджа с внутренним находится зона концентрации напряжений. Радиальные перемещения внутренней поверхности рабочей вставки, обусловленные нагреванием в области верхнего торца, довольно значительные и при определенных условиях могут превысить допустимые. С целью выяснения возможных вариантов снижения величины радиальных перемещений рабочей вставки был проведенный ряд расчетов, в которых варьировались температура охлаждения и величина внешнего банджа. Результаты этих расчетов в виде диаграмм предоставленные на рис. 7.

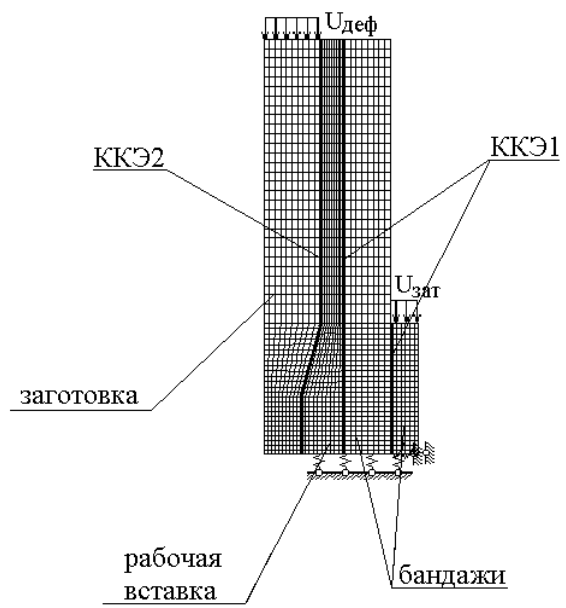


Рис.4. КЭ-модель составной матрицы

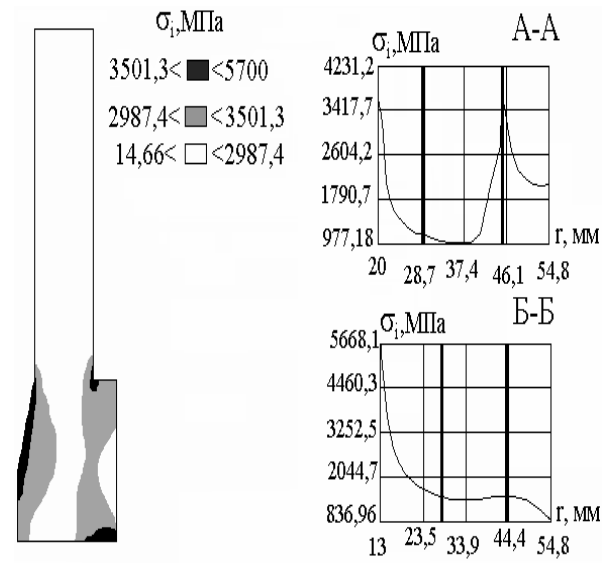


Рис.5. Распределение напряжений в матрице

Из рассмотрения диаграмм следует, что при температуре охлаждающей жидкости порядка 298 – 303 К, максимальные перемещения не превышают допустимые технологически отклонения радиальных размеров. При увеличении высоты внешнего бандажа расчетные результаты свидетельствуют о невысокой эффективности этого приема. Это связано с тем, что максимальные перемещения значительно (приблизительно на 30 %) уменьшаются практически при достижении высоты внешнего бандажа общей высоты матрицы. При этом возникнут проблемы конструктивного характера, связанные с креплением «высокого» бандажа. Отметим, что в случае предельно высокого бандажа на 25 % возрастает максимальная интенсивность напряжений, которое отвечает, как жесткости конструкции, так и увеличению перепада температуры по толщине матрицы. С целью устранения концентратора рассматривался вариант матрицы, у которой высота внешнего бандажа выше линии действия максимальной нагрузки на рабочую поверхность. Одной из общих рекомендаций по проектированию матриц подобного класса состоит в возможно более гладкой конструктивной форме элементов бандажа. Следует предусмотреть перемещение исходных геометрических концентраторов напряжений выше соответствующих зон действия максимальной нагрузки на матрицу.

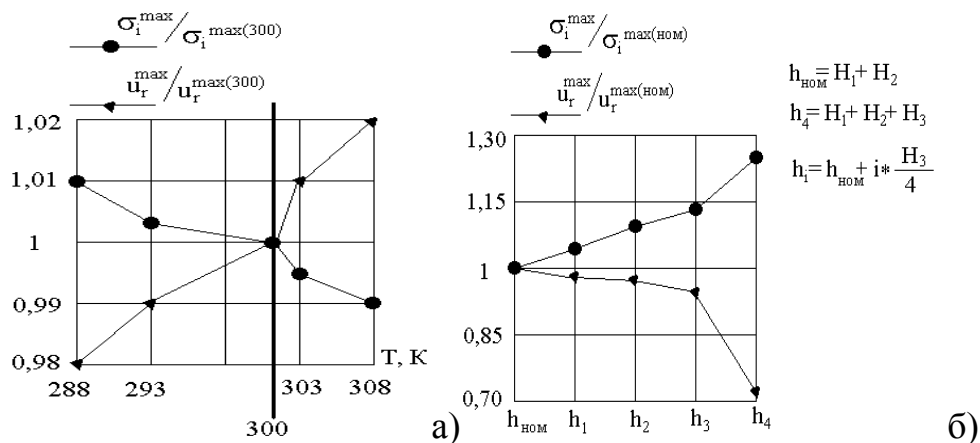


Рис. 7. Максимальные радиальные перемещения рабочей вставки и интенсивности напряжений от температуры охлаждения (а), высоты внешнего бандажа (б)

Проведенные расчеты позволили предоставить конкретные рекомендации по проектированию и разработке нового технологического оснащения для об-

работки металлов давлением. Также можно сформулировать пути дальнейшего совершенствования предложенной методики, что обусловлено необходимостью проведения расчетов штампов при формоизменении заготовок с большими значениями пластических деформаций, расчетов при высокоскоростном (импульсном) воздействии на заготовку. Эти пути состоят в следующем:

- усовершенствования моделирования контактного взаимодействия (более сложные модели трения и неидеальный тепловой контакт);
- использования более адекватных теорий нелинейного поведения материала заготовки (инкрементальные теории пластичности);
- учет динамической составляющей при деформировании заготовки.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Холодная объемная штамповка: Справочник / Под ред. Г.А. Навроцкого. – М.: Машиностроение, 1973. – 496с.
2. Ковка и штамповка: Справ. В 4-х т./ Ред.совет Е.И.Семенов и др. -М.: Машиностроение, 1987.-Т.3.Холодная объемная штамповка/ Под ред. Г.А. Навроцкого, 1987. - 384 с.
3. Непершина Р.И., Шамис М.Д., Мохнев В.И. Особенности проектирования бандажированных матриц для холодной объемной штамповки с применением прочностного расчета// Кузнеч.-штамповоч. пр-во. -1986. -N11. -с.22.
4. Евстратов В.А. Основы технологии выдавливания и конструирования штампов. – Харьков: Вища школа, 1987. – 144с.
5. Ганаго О.А., Марченко В.Л., Ковтун В.В. Расчет и оптимизация конструкций осесимметричных матриц для холодной объемной штамповки// Кузнеч.-штамповоч. пр-во. - 1985. N 8.-с.34-36.
6. Lange K. Other stress distribution in prestressed extrusion dies under non-uniform distribution of internal pressure//Int.j.Sci.-1985. Vol. 27,N.3.-P.169-175.
7. Wibmeier Hans-Jurgen. Compute-runterstutztes Auslegen von Fliebpreswerkzeugen//Drahtwelt. -1985. -N.12.-s.263.
8. Торяник В.В. Разработка и внедрение высокостойких штампов для холодного и полугорячего выдавливания. Диссертация на соискание ученой степени к.т.н., ХГПУ, 1992 г.
9. Термопрочность деталей машин / Под ред. И.А Биргера, Б.Ф. Шорра. -М.: Машиностроение, 1975. -455с.

10. Писаренко Г.С., Можаровский Н.С. Уравнения и краевые задачи теории пластичности и ползучести: (Справ. пособие). – Киев: Наукова думка, 1981. –494с.
11. Бондарь С.В., Зубатый С.С., Лавинский Д.В. Исследование концентрации напряжений в пуансонах с клиновидной посадочной частью // Вестник Харьковского государственного политехнического университета. – Харьков: ХГПУ, 1998. – № 27. – С.188-192.
12. Бондарь С.В., Зубатый С.С., Киркач Б.Н., Лавинский В.И. Программный комплекс SPACE-T для решения термоупругопластических контактных задач // Динамика и прочность машин. – 2000. - №57, С. 24-34.
13. Конохов В.И., Лавинский Д.В. Термоупругое контактное деформирование осесимметричных тел // Вісник Національного технічного університету «Харківський політехнічний інститут». – Харків: НТУ «ХПІ», 2003. – № 5. – С.93-98.
14. Зенкевич О. Метод конечных элементов в технике / Пер. с англ. – М.:Мир,1975. - 541с.